

**OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS COM BASE EM
INDICADORES FINANCEIROS E DE MERCADO: UMA APLICAÇÃO PARA A
BMF&BOVESPA ENTRE 2007 A 2015**

**OPTIMIZATION OF AN INVESTMENT PORTFOLIO BASED ON FINANCIAL
AND MARKET INDICATORS: AN APPLICATION FOR BMF & BOVESPA
BETWEEN 2007 2015**

Luís Henrique de Souza

Graduado em Administração pelo Instituto Federal de Minas Gerais -
Campus Formiga.
luishsouza01@hotmail.com

Bruno César de Melo Moreira

Doutor em Administração pela UFSC.
Professor do Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Formiga
bruno.melo@ifmg.edu.br

Pedro Marinho Sizenando Silva

Doutor em Engenharia da Produção pela UFMG.
Professor do Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Ribeirão das Neves
pedro.silva@ifmg.edu.br

Lelis Pedro de Andrade

Doutor em Administração pela UFMG
Professor do Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Formiga
lelis.pedro@ifmg.edu.br

Daniel Fonseca Costa

Doutorando em Administração pela UFLA
Professor do Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Formiga
daniel.costa@ifmg.edu.br

OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS COM BASE EM INDICADORES FINANCEIROS E DE MERCADO: UMA APLICAÇÃO PARA A BMF&BOVESPA ENTRE 2007 A 2015

OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo propor a construção de um portfólio ótimo por meio de uma técnica de otimização, a programação linear, tendo como base de restrições um conjunto de indicadores financeiros e de mercado, de forma que o portfólio tenha seu retorno maximizado, comparando-o posteriormente com o retorno da carteira do IBOVESPA (Índice Bovespa).

METODOLOGIA

A metodologia utilizada consistiu em criar uma modelagem matemática com base na programação linear utilizando alguns indicadores técnicos como Retorno, Volatilidade, Ebitda, Liquidez Geral e os setores de atuação das 396 empresas brasileiras que possuem ou possuíam ações transacionadas na BM&F Bovespa, coletados por meio do software Economatica num período de 30/03/2007 a 30/12/2015, dividido em trimestres. Após modelado, já pelo suplemento Solver do Excel, foram otimizados os dados, sempre levando em consideração um período p para posteriormente fizesse a comparação da carteira da IBOVESPA com o período $p+1$.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

Ao todo foram analisados 35 trimestres, sendo que do total, a carteira otimizada foi superior que a IBOVESPA em 28 períodos, cerca de 80%. Como resultado, a modelagem matemática utilizada neste estudo, em comparação com a IBOVESPA, apresentou um retorno acumulado no período analisado maior, sendo que nesse período a IBOVESPA teve um prejuízo acumulado de -1,635 e a carteira otimizada pela modelagem obteve um retorno acumulado de 2,455. Sobre o retorno médio desse período, o resultado foi de -0,047 contra 0,070, respectivamente.

Uma das explicações da baixa média de retorno obtida pelas duas carteiras se dá pela crise de 2008 no qual afetou fortemente o mercado acionário, refletindo-a nos anos posteriores, porém o modelo conseguiu diminuir bastante esse impacto, pois ele por algumas vezes não conseguiu obter um retorno positivo, porém conseguir diminuir perdas em certos trimestres.

IMPLICAÇÕES PRÁTICAS

Com base nos resultados apresentados neste trabalho mostrou-se que a modelagem feita com base na programação linear foi eficiente na otimização de carteiras no mercado acionário corroborando com trabalhos feitos com esse foco.

PALAVRAS-CHAVE

Programação Linear, IBOVESPA, otimização, investimento, retorno.

OPTIMIZATION OF AN INVESTMENT PORTFOLIO BASED ON FINANCIAL AND MARKET INDICATORS. AN APPLICATION FOR BMF & BOVESPA BETWEEN 2007 2015

OBJECTIVE

This study aims to propose building a great portfolio through an optimization technique, linear programming, based restrictions some financial and market indicators, so that the portfolio has its maximized return, comparing it later with the return of the IBOVESPA portfolio (Bovespa Index).

METHODOLOGY

The methodology used was to create a mathematical model based on linear programming using some technical indicators such as return, volatility, ebitda, general liquidity and the sectors of activity of 396 companies Brazilian companies that hold or shares on the BM&F Bovespa, collected by Economática software over a period of 30/03/2007 to 12/30/2015, divided into quarters. Once patterned, as by the Excel Solver add-in, the data were optimized when optimizing a powder took time for later comparison of IBOVESPA wallet with the period $p + 1$.

RESULTS AND CONCLUSIONS

The model stood the IBOVESPA by 80%, ie 35 quarters analyzed by the linear programming optimized portfolio was better in 27 periods. The sum of the periods, the optimal portfolio had a total return of 2.455 to -1.635 while the average was 0.070 against -0.047.

One explanation of the low average return obtained by the two portfolios is given by the 2008 crisis in which strongly affected the stock market, reflecting it in later years, but the model was able to significantly reduce this impact as it a few times failed to get a positive return, but get lower losses in certain quarters.

PRACTICAL IMPLICATIONS

Based on the results presented in this paper it was shown that his modeling based on linear programming was efficient in optimizing portfolios in the stock market corroborating work done with this focus.

KEY WORDS

Linear programming, IBOVESPA, optimization, investment return.

INTRODUÇÃO

Decisões de investimento no mercado acionário são tomadas em um ambiente de incerteza. Apesar desse mercado ser uma alternativa interessante de investimento, o atual momento que a economia brasileira atravessa, contribui, sobremaneira, para o aumento do nível dessa incerteza. Assim, dentre diversas variáveis, o risco e o retorno de um investimento são cruciais para uma boa análise do mercado acionário (ASSAF NETO, 2011). Desta forma, o Risco “está diretamente associado às probabilidades de ocorrência de determinados resultados em relação a um valor médio esperado” (ASSAF NETO, 2011, p.218), ou seja, associado ao retorno futuro, não descartando possibilidades de perdas. Com essa situação, principalmente na área de investimento acionário, vê-se o aumento da necessidade de mecanismos de tomada de decisão que operem de maneira eficiente e rápida como modelos matemáticos de otimização.

No âmbito de investimentos na bolsa de valores, o pequeno investidor vem se destacando dentre os demais, sendo, definido por como as pessoas físicas que compram e vendem ações através dos fundos de ações administrados por bancos ou por *homebroker*, ou seja, através de uma ferramenta que possibilita a negociação de ações diretamente através da internet (BONALDI, 2010). Com isso, esses os tipos de investidores são os que mais precisam de informações para decidir sobre a escolha de ativos para compor sua carteira. Nesse sentido, Oliveira *et al.*, (2011) argumenta que muitos investidores possuem dúvidas sobre quais são os melhores ativos para adquirirem e assim formar uma carteira ótima.

Com intuito de subsidiar a tomada das decisões acerca de quais seriam as melhores empresas a se investir, diversos indicadores foram criados com a finalidade de mostrar a valorização de determinados grupos de ações ao longo de um período de tempo, destacando-se o Índice Bovespa (IBOVESPA), o Índice de Governança Corporativa (IGC), o Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISE), o Índice Brasil 100 (IBrX 100) e o Índice Brasil 50 (IBrX 50). Segundo Silva, Moreira e Francisco (2014) tais indicadores buscam, de forma indireta, dar suporte na realização de investimentos em ações empresas que compõe cada um desses grupos, servindo também como base de comparação entre os retornos.

Desta forma, existem na literatura recente na área de finanças, ao contrário das teorias já elaboradas, evidências de correlações significantes entre retornos passados e atuais (MINARDI, 2001). Com base nessa visão, levanta-se o seguinte problema: é possível otimizar um portfólio de investimento utilizando a modelagem matemática de programação linear? A partir de tal problemática, o presente trabalho emerge como o objetivo propor a

construção de um modelo de otimização de portfólios de investimento utilizando a modelagem matemática de Programação Linear (PL), tendo em vista a maximização do retorno para o investidor, de modo que a PL decida quanto investir e em quais empresas deve-se investir sempre respeitando as restrições impostas.

Para criação deste modelo matemático pretende-se utilizar informações que são consideradas indicadores de extrema importância para o mercado acionário, como o Retorno, Volatilidade, Ebitda, Liquidez Geral e os setores de atuação dos respectivos papéis da bolsa de valores. Com relação às restrições do modelo matemático em questão, pretende-se determiná-las com base nas carteiras da IBOVESPA, até mesmo para que posteriormente as carteiras sejam comparadas com este mesmo índice.

2 - REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 - Pesquisa Operacional como ferramenta de otimização no Mercado Acionário

O ato de investir é uma opção que engloba oportunidades e ameaças. Para o investidor apenas as informações disponíveis a respeito dos ativos podem não ser suficientes para tomar uma decisão eficiente, neste caso também é importante a aprendizagem e o desenvolvimento de técnicas que possam ajudá-lo a tomar essas decisões de maneira otimizada, e consequentemente, aumentar o seu grau de confiança perante a decisão a ser tomada. Portanto, é essencial para o investidor se informar, envolver, estudar e aprimorar seus conhecimentos e técnicas, de forma que possa tomar suas decisões com maior consistência. (CERBASI, 2008 *apud* BORTOLUZZI et al., 2014).

O investimento no mercado acionário requer um conhecimento amplo e complexo, no qual é retornado ao investidor como maior confiança para sua decisão acerca de quais ativos compor sua carteira. Seleção de carteira essa que segundo Gitman & Madura (2003), consiste em uma análise de como se pode investir recursos em mais de uma ação, ou seja, diversificação, de forma a conseguir um maior retorno ao menor risco possível.

Em 1952, Harry Markowitz se tornaria o pioneiro na área de otimização de portfólio de ações publicando no *The Journal of Finance* seu estudo intitulado como *Portfolio Selection*, em que ele propunha um modelo de média-variância para otimização de um portfólio de ações com base na relação risco-retorno considerando dados estatísticos passados. De acordo com Silva, Moreira e Francisco (2014), para formulação de um problema deste contexto, é necessário que se minimize o risco de um portfólio dado um determinado nível de

retorno desejado pelo investidor, ou ao contrário, maximizar o retorno esperado do portfólio dado a um nível de risco desejado.

Desde então, muito se tem estudado acerca de qual o melhor método matemático a ser utilizado para auxílio no processo decisório de otimização de portfólios, e dentro desse contexto, uma das técnicas utilizadas para otimização é a de Pesquisa Operacional - PO. Criada em 1938 para resolver situações militares na Segunda Guerra Mundial, a Pesquisa Operacional segundo a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional – SOBRAPO pode ser definida como:

“Uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais. Tendo como foco a tomada de decisões, aplica conceitos e métodos de várias áreas científicas na concepção, planejamento ou operação de sistemas. A Pesquisa Operacional é usada para avaliar linhas de ação alternativas e encontrar as soluções que melhor servem aos objetivos dos indivíduos ou organizações. Através de desenvolvimentos de base quantitativa, a Pesquisa Operacional visa também introduzir elementos de objetividade e racionalidade nos processos de tomada de decisão, sem descuidar, no entanto, dos elementos subjetivos e de enquadramento organizacional que caracterizam os problemas. (SOBRAPO, 2015, p.1)

A partir de então, a Pesquisa Operacional vem sendo utilizada para resolver problemas nas diversas áreas do setor produtivo, como indústrias, transportes, telecomunicações, finanças, saúde, serviços públicos, operações militares, produção, etc. (MOREIRA, 2013), levando à resultados significantes em suas aplicações de acordo com cada área.

Segundo Taha (2007), as principais fases de um estudo de Pesquisa Operacional são: a definição do problema, onde são definidas as alternativas de decisão, o objetivo e as limitações de um problema de decisão; construção do modelo, onde se traduz a definição do problema em relações matemáticas para chegar em uma solução; solução do modelo, onde se baseia na utilização de algoritmos de otimização bem definidos; validação do modelo, onde se verifica se o modelo proposto é aceitável; e por último a implementação da solução de um modelo válido, envolvendo a tradução dos resultados em instruções operacionais.

Dentro da Pesquisa Operacional, uma das técnicas de otimização mais difundidas é a Programação Linear – PL, que para Moreira (2013, p.11) é um modelo “estruturado para resolver problemas que apresentem variáveis que possam ser medidas, e cujos relacionamentos possam ser expressos por meio de equações e/ou inequações lineares”. Complementando, para Belfiore e Fávero (2013, p.19) “o objetivo consiste em maximizar ou minimizar determinada função linear de variáveis de decisão, sujeita a um conjunto de

restrições representadas por equações ou inequações lineares, incluindo a de não negatividade das variáveis de decisão.”

Para a formulação do problema de decisão de uma programação linear é necessário que se defina as variáveis de decisão envolvidas nesse modelo, obter conhecimento de todas as restrições no qual está sujeito o problema de decisão e definir o objetivo em questão onde é definido o tipo de otimização a se utilizar, maximizar ou minimizar. Portanto, no mercado acionário, a formulação de um problema de otimização pode se dar principalmente por dois objetivos, minimizar risco de uma carteira ou maximizar retorno da mesma, não podendo excluir outras possibilidades.

A BM&F Bovespa (2012) cita três aspectos básicos para otimização em um investimento na ótica do investidor: retorno, prazo e proteção, estimando sua rentabilidade, sua liquidez e o seu grau de risco, sendo que a rentabilidade estando diretamente relacionado ao risco, cabendo ao investidor definir o quanto ele está disposto a arriscar em decorrência de determinado retorno.

Não apenas o risco e o retorno, mas algumas informações como os indicadores financeiros e econômicos, também podem ser de extrema importância na hora de decidir quais as ações devem compor um carteira de ações. Alguns deles são: a liquidez de uma ação, ou seja, a facilidade de conversão desse ativo em dinheiro sem a perda significativa de seu valor, é um indicador que influencia diretamente o preço da ação; o ebitda é outro indicador de grande importância econômica, pois, se trata do lucro antes dos juros, impostos, depreciações e amortizações representando a geração operacional de caixa de uma empresa.

Segundo Oliveira *et al.* (2011, p.6), “diversos artigos são publicados buscando desenvolver ou aperfeiçoar técnicas para otimizar carteiras de investimentos devida a grande relevância que este tema possui para a vida dos investidores em geral...”. Alguns desses artigos como Mansini *et al.* (2014), Silva, Moreira e Francisco (2014), Sirqueira e Kalatzis (2006), abordaram acerca da otimização de portfólio, seguindo a linha do modelo de Programação Linear dentro da Pesquisa Operacional.

Mansini *et al.* (2014) em seu trabalho intitulado “*Twenty years of linear programming based portfolio optimization*”, avaliaram a variedade dos modelos de otimização dentro da PL e suas características reais nos últimos vinte anos. Dentre os principais mencionados estão o Modelo de Valor Condicional em Risco (CVaR), no qual avalia o risco de uma carteira de maneira conservada, tendo como foco resultados menos rentáveis, ou seja, o CVaR faz com que a probabilidade de uma carteira gerar grandes perdas seja reduzida através de uma avaliação, dado um nível específico de confiança, que uma perda irá exceder o valor em risco.

Outro modelo citado é o de Desvio Absoluto Médio (MAD), introduzido por Konno e Yamazaki em 1991. Semelhante ao modelo de Markowitz, sua modelagem decorre da utilização do erro absoluto médio como medida de risco em vez do desvio-padrão usado por Markowitz, com isso gerando as carteiras com retornos maiores, porém com riscos maiores.

Silva, Moreira e Francisco (2014) tiveram como objetivo a construção de um portfólio ótimo através da Programação Linear tendo como base as empresas contidas simultaneamente no Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISE) e no Índice de Governança Corporativa (IGC) de forma que maximizasse seu retorno entre os anos de 2007 a 2012 e posteriormente comparando-os com o IBOVESPA. Como resultado, a carteira otimizada pelos autores obteve um retorno médio 0,03404 sendo melhor que a carteira do IBOVESPA com -0,02086, ou seja, pôde-se concluir que o modelo de Programação Linear utilizado se mostrou bastante eficiente na otimização da construção da carteira hipotética.

Já no estudo de Sirqueira e Kalatzis (2006), os autores tiveram como objetivo verificar se uma carteira formada com ações contidas no IGC proporcionaria maior retorno que carteiras formada por ações que não adotam esse índice no ano de 2004, através da Programação Linear. Como resultado puderam concluir que as empresas contidas no IGC forneceram um maior retorno no período estudado.

O trabalho de Farias *et al.* (2004) teve como objetivo comparar e analisar os modelos de seleção de carteiras Média-Variância (MV), Minimax e Minimax Ponderado (MP), aplicados ao mercado acionário brasileiro, utilizando as 50 ações mais negociadas na IBOVESPA entre 1999 a 2003 gerando otimização das carteiras mensalmente, com base em retornos dos 12 meses anteriores. Com os resultados mostrou-se que o modelo MV proporcionou portfólios que, em certas circunstâncias, obtiveram retorno superiores e, em outras, inferiores ao IBOVESPA, já os modelos Minimax e MP geraram portfólios que apresentaram retornos acumulados maiores que o Bovespa. Portanto, os autores concluíram que os modelos Minimax e MP são os mais adequados, dentre os analisados, sendo mais atrativo, já o modelo MV mostrou menor eficiência além de ser um modelo mais complexo de obtenção de resultados pela sua difícil operacionalização.

O estudo de Oliveira *et al.* (2011), teve como objetivo a otimização da relação risco-retorno de uma carteira formada por ativos contidos no IBOVESPA entre 2009 a 2011, e posteriormente comparando-o com alguns índices da BM&F Bovespa. Como resultado, os autores obtiveram uma carteira composta com 11 ativos obtendo um retorno de 0,17% ao

risco de 1,14, sendo a melhor opção entre os demais índices comparados, concluindo que com o auxílio da Pesquisa Operacional é possível realizar cálculos estatísticos de forma eficaz.

3 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 - Definição da amostra

Os dados para análise compreendem o período de 30/03/2007 a 30/12/2015, dividido em trimestres (por alguns indicadores serem divulgados trimestralmente), tendo como população as 396 empresas brasileiras que possuem ou possuíam ações na BM&F Bovespa. Os dados foram coletados pelo software Economática®, selecionando posteriormente o tipo de ação de maior volume de cada empresa na data da coleta desses dados. O número de empresas que compôs a amostra final deste trabalho variou de trimestre para trimestre, de 65 empresas em 2007 a 179 empresas no começo de 2015. Esta variação foi devido ao fato de que nem todas as empresas divulgavam sistematicamente todos os seus dados financeiros e de mercado, e que foram utilizados na modelagem matemática. Sendo assim, em cada trimestre foram excluídas as empresas que não haviam disponibilizados todos os dados necessários à aplicação do modelo.

3.2 - Procedimentos de modelagem e otimização

Para a montagem das restrições da modelagem matemática, os mesmos dados colhidos para a carteira teórica, também foram colhidos para as carteiras do IBOVESPA, além dos pesos de cada ação composta nessas carteiras, dados estes presentes nas estatísticas do site www.bmfbovespa.com.br.

Foram utilizados para a formulação da modelagem matemática os indicadores financeiros e de mercado: Retorno, Volatilidade, Ebitda, Liquidez Geral, assim como a utilização do setor de atuação de cada empresa, de forma que todos esses requisitos pudessem contribuir para um resultado positivo na busca do objetivo desse trabalho. Na coleta do Retorno, utilizou-se dados em base trimestrais com série de cotações diárias, sempre ajustado por inflação e incluindo os dividendos nos retornos das empresas. Na coleta da Volatilidade também foi utilizado séries de cotações diárias com base trimestral e ajustado pela inflação. Na coleta do Ebitda usou-se dados consolidados, com base trimestral, o mesmo feito na coleta da Liquidez Geral. Já os setores de atuação, foram colhidos conforme a classificação dos

setores de atuação disponibilizada pela BM&F Bovespa, no qual se dividem em 10: bens industriais; construção e transporte; consumo cíclico; consumo não cíclico; financeiro e outros; materiais básicos; petróleo, gás e biocombustíveis; tecnologia da informação; telecomunicações; e utilidade pública. Portanto todas as empresas coletadas foram separadas e agrupadas conforme esses setores de atuação.

Com todos os dados coletados e as empresas agrupadas conforme os setores de atuação foram excluídas as empresas que não possuíam todos os dados em determinado trimestre, ou seja, se uma empresa x no 1º trimestre não possuísse a Liquidez Geral desse período por exemplo, ela seria eliminada somente desse referido período, não sendo eliminada em todos os demais períodos, pois se no 3º trimestre essa empresa tivesse todos seus dados disponíveis, ela estaria presente na amostra. Com esse processo de eliminação, em média foram excluídas 50% das empresas selecionadas na amostra inicial em cada trimestre.

Voltando aos setores de atuação das empresas, após a eliminação dessas empresas com inconsistência de dados, a cada período p , calculou-se as médias desses setores, de forma que posteriormente esse cálculo selecionam-se os 5 setores de melhor desempenho em p , para que esses sirvam como restrição da modelagem, de modo que reduza o número de empresas que serão compostas na carteira teórica de cada período.

Para a resolução do objetivo desse trabalho foi utilizado um suplemento do Excel, o Solver, onde permite o usuário fazer vários tipos de simulações. Vale ressaltar que, na etapa de análise do presente trabalho, foram otimizados os dados de um período p para que posteriormente fizesse a comparação da carteira da IBOVESPA com o período $p+1$.

Para cada trimestre, utilizou-se o seguinte modelo matemático de programação linear:

Conjuntos:

E : conjunto de empresas i

S : conjunto de setores j

Dados:

RE_i : Retorno da empresa i

VO_i : Volatilidade da empresa i

EB_i : Ebitda da empresa i

LG_i : Liquidez Geral da empresa i

REC_i : Retorno da carteira da IBOVESPA

EBC_i : Ebitda da carteira do IBOVESPA

VOC_i : Volatilidade da carteira do IBOVESPA

SA_j : Percentual investido no setor de atuação j pela carteira da IBOVESPA

Variável de Decisão:

X_i : Percentual investido na empresa i

Função Objetivo:

$$\text{Maximizar Liquidez Geral da Carteira} = \sum_i X_i * LG_i \quad (1)$$

Restrições:

$$\sum_i X_i * VO_i \leq VOC_i \quad (2)$$

$$\sum_i X_i * RE_i \geq REC_i \quad (3)$$

$$\sum_i X_i * EB \geq EBC_i \quad (4)$$

$$\sum_{i \in SA_j} X_i \geq SA_j \quad \forall j \quad (5)$$

$$\sum_i X_i \leq 1 \quad (6)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \quad (7)$$

A função objetivo (1) dessa modelagem visou maximizar a liquidez geral da carteira de forma a se obter um portfólio com a melhor capacidade de solvência global. Quanto às restrições utilizadas nessa modelagem, a restrição (2) garante que a volatilidade da carteira seja igual ou menor que a volatilidade da carteira do IBOVESPA; a restrição (3) garante que o retorno da carteira seja igual ou maior ao retorno do IBOVESPA; a restrição (4) garante que o ebitda da carteira seja igual ou maior ao ebitda da carteira do IBOVESPA; a restrição (5) garante que o total investido em cada setor de atuação das empresas seja igual ou maior que o total investido no mesmo setor pela carteira do IBOVESPA; a restrição (6) garante que o investimento da carteira hipotética não seja maior que 100%; e a restrição (7) garante que o

investimento percentual em cada empresa seja maior ou igual a zero, ou seja, evita que tenha valores negativos.

Após a execução dessa modelagem em cada trimestre, obteve-se em quais empresas e o quanto investir em cada uma delas, ou seja, no começo do 2º trimestre, a modelagem otimizou os dados do trimestre anterior, nos informando em quem devemos investir e sua respectiva porcentagem para esse 2º trimestre. Posteriormente, o retorno da carteira otimizada foi comparado ao retorno da carteira do IBOVESPA.

4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Após a estimação do modelo apresentado na seção de metodologia, os resultados dos retornos e da liquidez geral, para os anos de 2007 a 2015, foram tabulados e dispostos na Tabela 1, sendo que a primeira coluna se refere ao período analisado, a segunda coluna os retornos do IBOVESPA no referido período, a terceira, os retornos da carteira otimizada pelo modelo proposto e a quarta, a comparação da carteira otimizada em relação ao IBOVESPA. Já nas colunas posteriores repete-se a mesma lógica, porém para a liquidez geral.

No ano de 2007, no segundo trimestre, pode-se observar que o retorno da carteira otimizada (0,446) supera o da IBOVESPA (0,245). Destaque maior para a FERBASA, que obteve 33,10% de retorno no período. Pode-se destacar, ainda, que nesse período, de acordo com a tabela A.1 do apêndice 1, as empresas com o maior percentual investido foram a FERBASA e a TAESA. No terceiro trimestre desse mesmo ano, mesmo o retorno da carteira otimizada sendo melhor, pode-se identificar os reflexos do início da crise, com queda de aproximadamente 50% no retorno do IBOVESPA e na da carteira otimizada, em relação ao período anterior. Destaque para a VALE que obteve o maior retorno, 0,187. No quarto trimestre de 2007, observou-se uma nova queda em relação ao período anterior, mas a carteira otimizada ainda apresentou um retorno superior ao do IBOVESPA, 0,154 contra 0,037. Destaque para PETROBRAS e MMX MINER que juntas obtiveram retorno de 0,259 e em contrapartida com -0,093 a VALID ajudou a contribuir na queda nesse período.

Tabela 1 – Comparativo da carteira otimizada com o IBOVESPA entre 2007 e 2015

Período	Retorno			Liquidez Geral		
	IBOV	Carteira	Comparação	IBOV	Carteira	Comparação
2º P 2007	0,245	0,446	Melhor	0,850	4,922	Melhor
3º P 2007	0,123	0,228	Melhor	0,870	0,490	Pior
4º P 2007	0,037	0,154	Melhor	0,802	1,251	Melhor
1º P 2008	-0,132	-0,102	Melhor	0,810	2,378	Melhor
2º P 2008	0,004	0,749	Melhor	0,874	3,603	Melhor
3º P 2008	-0,414	-0,570	Pior	0,843	4,701	Melhor
4º P 2008	-0,468	-0,222	Melhor	0,855	2,288	Melhor
1º P 2009	0,107	-0,006	Pior	0,804	3,448	Melhor
2º P 2009	0,295	0,401	Melhor	0,844	2,090	Melhor
3º P 2009	0,247	0,642	Melhor	0,871	2,043	Melhor
4º P 2009	0,180	0,184	Melhor	0,857	3,434	Melhor
1º P 2010	0,007	-0,035	Pior	0,877	3,787	Melhor
2º P 2010	-0,293	-0,137	Melhor	1,014	2,743	Melhor
3º P 2010	0,182	0,190	Melhor	1,147	4,538	Melhor
4º P 2010	-0,068	0,114	Melhor	1,164	3,830	Melhor
1º P 2011	-0,063	0,018	Melhor	1,098	4,740	Melhor
2º P 2011	-0,201	-0,155	Melhor	0,976	3,642	Melhor
3º P 2011	-0,328	-0,099	Melhor	0,939	5,150	Melhor
4º P 2011	0,096	-0,059	Pior	0,895	4,237	Melhor
1º P 2012	0,175	0,206	Melhor	0,898	4,301	Melhor
2º P 2012	-0,332	0,047	Melhor	0,888	5,765	Melhor
3º P 2012	0,094	0,288	Melhor	0,856	5,959	Melhor
4º P 2012	-0,014	0,141	Melhor	0,840	4,698	Melhor
1º P 2013	-0,182	0,010	Melhor	0,855	4,776	Melhor
2º P 2013	-0,277	0,034	Melhor	0,863	3,949	Melhor
3º P 2013	0,129	-0,060	Pior	0,850	4,782	Melhor
4º P 2013	-0,078	-0,091	Pior	0,820	4,002	Melhor
1º P 2014	-0,120	-0,249	Pior	0,855	4,286	Melhor
2º P 2014	0,061	0,142	Melhor	0,832	2,654	Melhor
3º P 2014	0,006	0,146	Melhor	0,758	3,797	Melhor
4º P 2014	-0,150	-0,093	Melhor	0,761	4,831	Melhor
1º P 2015	-0,043	0,001	Melhor	0,831	3,587	Melhor
2º P 2015	-0,027	0,159	Melhor	0,826	3,164	Melhor
3º P 2015	-0,299	0,039	Melhor	0,707	3,994	Melhor
4º P 2015	-0,134	-0,006	Melhor	0,819	3,678	Melhor
SOMA	-1,635	2,455				
MÉDIA	-0,047	0,070		0,876	3,758	

Fonte: Elaboração própria

Em 2008, no primeiro trimestre, a carteira otimizada obteve retorno negativo pela primeira vez, porém, ainda sim sobressaiu ao do IBOVESPA, -0,102 contra -0,132. Pode-se dizer que o modelo, no referido período, conseguiu diminuir perdas ao invés de aumentar o lucro. No segundo semestre de 2008, a carteira otimizada voltou a obter retornos positivos (0,749), inclusive sendo bastante superior ao apresentado pelo IBOVESPA (0,004). O destaque desse período foi a empresa FERBASA que obteve um retorno de 0,671. No terceiro semestre deste mesmo ano, um dos períodos mais afetados pela crise, a carteira do IBOVESPA obteve uma queda drástica no retorno, fechando o período em -0,414. Já a carteira otimizada também obteve uma queda acentuada, caindo -0,570. Foi a primeira vez, até então, que a carteira teórica não conseguiu ser melhor que a IBOVESPA. Destaque negativo nesse período para a CREMER com retorno de -0,172. No quarto trimestre de 2008, ainda devido aos efeitos da crise, a carteira do IBOVESPA e a carteira otimizada novamente fecharam com prejuízo, porém, a carteira otimizada voltou a ser melhor que a IBOVESPA. O destaque negativo desse período foi a estatal PETROBRAS no qual teve um retorno de -0,125.

No primeiro trimestre de 2009, com a minimização dos impactos da crise, a carteira do IBOVESPA voltou a ter o retorno positivo, 0,107, porém a carteira otimizada não conseguiu obter um retorno positivo, fechando o trimestre com o retorno de -0,006. O principal motivo desse retorno negativo da carteira teórica é o reflexo da crise econômica de 2008 que algumas empresas ainda sentem. Das 5 empresas investidas pela carteira teórica 3 tiveram retornos negativos. No segundo trimestre, já sem o reflexo da crise do ano anterior, a carteira otimizada conseguiu apresentar novamente um retorno positivo superando o IBOVESPA em cerca de 73%. O destaque desse período foi a ODONTOPREV e a BMF BOVESPA, tendo um retorno de 0,176 e 0,171 respectivamente. Já no terceiro trimestre de 2009, a carteira otimizada teve um aumento de 62% no retorno em relação ao período anterior, já o IBOVESPA teve uma pequena queda, porém, ainda tendo retorno positivo, 0,642 contra 0,247 respectivamente. A FERBASA, segundo o processo de otimização, obteve a maior alocação de recurso, investindo 63,77% do montante total, e foi essa mesma empresa que obteve o maior retorno da carteira, 0,472. Finalizando 2009, no quarto trimestre, a carteira teórica obteve uma queda em relação ao período anterior, mas ainda sim apresentando um retorno positivo de 0,184, semelhante ao resultado da carteira do IBOVESPA que fechou em

0,180. A ETERNIT, por sua vez, foi a empresa com a maior alocação de recursos com 34,27% e tendo retorno de 0,147.

Em 2010, no primeiro trimestre, a carteira otimizada voltou a obter retorno negativo (-0,035), enquanto a carteira do IBOVESPA subiu apenas 0,007. No segundo trimestre, depois de 5 períodos tendo retorno positivo, a carteira do IBOVESPA teve um retorno de -0,293. Já a carteira otimizada também ficou com retorno negativo, porém, se sobressaiu, com retorno de -0,137. O grande responsável pelo retorno negativo desse período foi a FERBASA com investimento de 24,69% e um retorno de -0,148. No terceiro trimestre, a carteira otimizada apresentou um retorno positivo de 0,190, contra 0,182 da IBOVESPA. Resultado, esse, que teve colaboração da GRANDENE que obteve o maior retorno da carteira, 0,109. No último trimestre de 2010, novamente a carteira otimizada conseguiu se sobressair, apesar da pequena queda, tendo seu retorno em 0,114.

Já em 2011, no primeiro trimestre, apesar da queda drástica no retorno, a carteira teórica foi a melhor, com retorno de 0,018 contra -0,063. No segundo trimestre, novamente as duas carteiras apresentaram queda em seus retornos, ficando com retornos negativos, porém, pela quinta vez seguida a carteira otimizada superou a IBOVESPA. No terceiro trimestre de 2011, a carteira do IBOVESPA apresenta mais uma queda em seu retorno, passando de -0,201 para -0,328, já a carteira otimizada diminuiu suas perdas, passando de -0,187 para -0,099. Destaque negativo para a EZTEC com investimento de 66,74% e retorno de -0,093. No último trimestre, a IBOVESPA voltou a ter seus retornos positivos, fechando com 0,096, porém a carteira otimizada foi inferior, fechando com perda de -0,059.

No primeiro trimestre de 2012, o retorno da carteira teórica voltou a ser superior ao do IBOVESPA, 0,206 contra 0,175, tendo a BRASILAGRO como destaque desse período, com um retorno de 0,176. No segundo período, a IBOVESPA voltou a ter retorno negativo (-0,322), ao contrário da otimizada(0,047). No trimestre seguinte, as duas obtiveram retornos positivos, tendo a otimizada melhor desempenho novamente, 0,288 contra 0,094. No último trimestre deste mesmo ano, o retorno da carteira otimizada passou foi de 0,141 enquanto a do IBOVESPA -0,014. O destaque desse período foi a GRANDENE com um retorno de 0,148.

Já o ano de 2013 não começou positivo, o IBOVESPA teve uma nova queda passando para -0,182. A carteira otimizada não conseguiu também obter bons resultados, caindo -0,010. No semestre seguinte a IBOVESPA teve uma nova queda no retorno em cerca de 52%, já a carteira otimizada teve um ligeiro aumento, passando de 0,010 para 0,034. No terceiro trimestre de 2013, depois de seis períodos consecutivos melhor que a IBOVESPA, a carteira otimizada apresentou desempenho inferior, -0,060 contra 0,129. A GRANDENE foi a

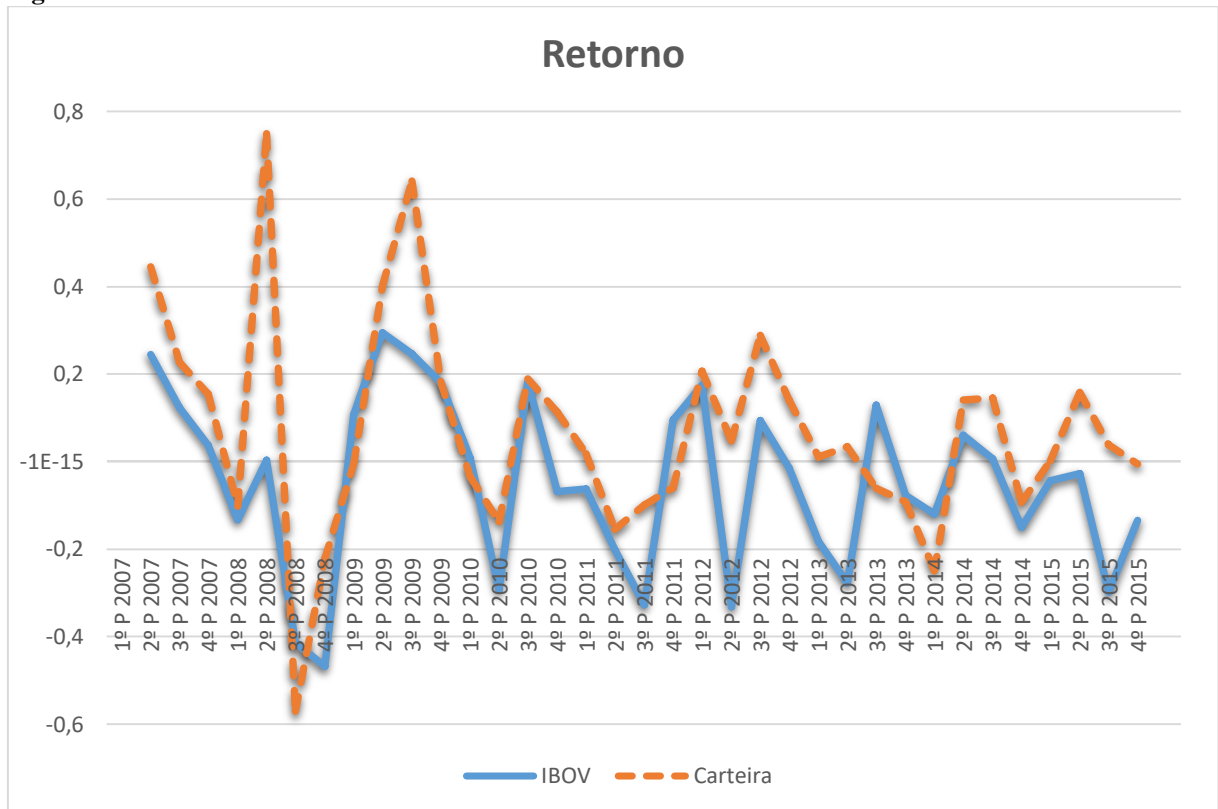
empresa que teve o maior investimento, e também foi a empresa que teve o maior retorno, fechando o terceiro trimestre de 2013 com um retorno de 0,006. No último trimestre, ambas as carteiras apresentaram retorno negativo, IBOVESPA ficou com retorno de -0,078 e a otimizada com -0,091.

Como em 2013, o primeiro trimestre do ano de 2014 não foi muito bom para o mercado acionário. O retorno da carteira do IBOVESPA passou de -0,078 para -0,120, sendo melhor que a carteira otimizada em cerca de 50%. Nesse período nenhuma empresa da carteira teórica obteve retorno positivo. No segundo trimestre, depois de três períodos consecutivos obtendo retornos negativos e sendo inferior à IBOVESPA, a carteira otimizada conseguiu ser superior, fechando o retorno em 0,142 contra 0,061, tendo como destaque a TRAN PAULISTA como retorno de 0,073. No terceiro trimestre, a carteira otimizada foi melhor que a IBOVESPA, 0,146 contra 0,006. No último trimestre do referido ano, ambas as carteiras apresentaram retornos negativos. No entanto, o IBOVESPA apresentou retorno pior que a carteira otimizada, -0,150 e -0,093 respectivamente.

Finalizando a análise, no primeiro trimestre de 2015, com 0,001 de retorno no período, a carteira otimizada ainda foi melhor que a IBOVESPA apresentou queda de -0,043. No segundo trimestre, a carteira otimizada obteve um retorno de 0,159 contra -0,027. Destaque para a BRASILAGRO com retorno de 0,153. No trimestre posterior, novamente a carteira otimizada sobressaiu a IBOVESPA que teve novo retorno negativo, -0,039 contra retorno de 0,299 da carteira otimizada. Finalizando o ano de 2015, no último trimestre, pela sétima vez consecutiva, mesmo nesse período com retorno negativo, a carteira otimizada apresentou um retorno menos pior, dessa vez -0,006 contra -0,134. Apenas 2 das 6 empresas da carteira otimizada obteve retornos positivos, a TEMPO PART e a TRAN PAAULISTA com 0,016 e 0,004 respectivamente.

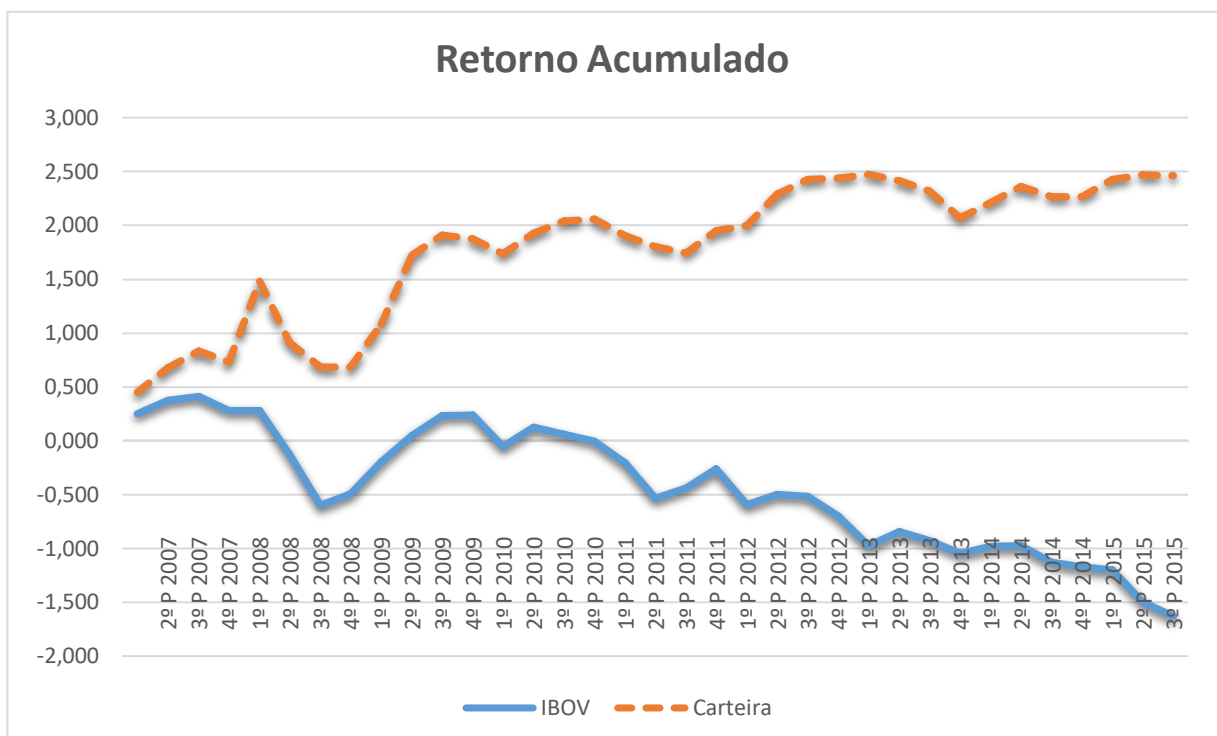
A figura 1 apresenta o gráfico de linhas contendo a série de retorno da carteira otimizada e do IBOVESPA no período analisado (2007-2015). e a figura 2 apresenta o retorno acumulado das duas carteiras no mesmo período:

Figura 1 – Gráfico dos retornos da carteira otimizada e do IBOVESPA entre 2007 e 2015



Fonte: Elaboração própria.

Figura 2 – Gráfico dos retornos acumulados da carteira otimizada e do IBOVESPA entre 2007 e 2015



Fonte: Elaboração própria.

Com a Figura 1 apresentada, pode-se identificar uma certa semelhança nas tendências nas carteiras apresentadas, tanto na queda como em períodos de crescimento. Também pode-se constatar que a carteira otimizada se sobressaiu na maioria das vezes, 27 dos 35 períodos analisados, tanto na maximização de retorno, quanto na minimização de perdas. Outro ponto importante foi o afunilamento dos retornos tanto da carteira otimizada quanto na do IBOVESPA, onde foram diminuindo ao decorrer dos anos, em meados de 2008-2009 teve-se retornos altos, porém perdas altas, já em 2014-2015 tem-se retorno menores, porém, as perdas também foram, em geral, menores.

5 - CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo propor a construção de um portfólio ótimo por meio de uma técnica de otimização, a programação linear, tendo como restrições os indicadores financeiros e de mercado: retorno, volatilidade, ebitda e liquidez geral, além dos setores de atuação das empresas, de forma que a carteira otimizada tenha seu retorno maximizado, comparando-o posteriormente com o retorno da carteira do IBOVESPA (Índice Bovespa).

A metodologia utilizada consistiu em criar uma modelagem matemática com base na programação linear utilizando os indicadores já mencionados no parágrafo anterior, tendo como amostra as 396 empresas brasileiras que possuem ou possuíam ações transacionadas na BM&F Bovespa, coletados pelo Economática entre 30/03/2007 a 30/12/2015, separado em trimestres. Após modelado, já pelo Solver do Excel, foram rodado os dados, sempre otimizando um período p , retornando em quem e o quanto investir, para posteriormente fizesse a comparação da carteira da IBOVESPA com o período $p+1$. Apesar do objetivo do trabalho ser maximizar a liquidez geral, conforme exposto na função objetivo da modelagem matemática, demonstrou-se que, de modo geral, portfólios com máxima liquidez geral foram aqueles que apresentaram um retorno maior.

Os resultados demonstraram que a carteira otimizada obteve bons retornos, pois superou o retorno da carteira do IBOVESPA em 80% dos períodos analisados neste trabalho. Em consequência desse resultado, tanto a média quanto a soma dos retornos da carteira otimizada no período analisado superaram os da carteira do IBOVESPA. Na soma dos períodos, a carteira otimizada teve um retorno total de 2,455 contra -1,635 enquanto a média foi de 0,070 contra -0,047. Uma das explicações da baixa média de retorno obtida pelas duas

carteiras se dá pela crise de 2008 no qual afetou fortemente o mercado acionário, refletindo-a nos anos posteriores, porém o modelo conseguiu diminuir esse impacto.

Apesar dos objetivos estabelecidos no trabalho terem sido alcançados, maximizando o retorno da carteira proposto com uma volatilidade relativamente baixa, 17,129 da carteira otimizada contra 19,261 do IBOVESPA, o modelo proposto revela algumas deficiências no qual podem ser solucionada em estudos futuros. Em períodos de crise ou até em períodos de queda do IBOVESPA onde os retornos são negativos, na maiorias das vezes o modelo não consegue tornar esse retorno positivo, mas em alguns períodos o modelo consegue diminuir as perdas, fazendo que este ainda se sobressaia, porém em se tratando de um mercado extremamente variável essa modelagem acaba sendo interessante. Outra limitação no qual pode ser solucionada em estudos futuros é quanto à periodicidade da modelagem em relação aos indicadores. A modelagem proposta usou alguns dados que são só divulgados trimestralmente, sendo que em se tratando em investimentos à curto prazo, pode-se utilizar outros indicadores com base mensal ou até mesmo diário, devido à alta volatilidade desse tipo de mercado.

Finalizando, podemos constatar com este trabalho que a Programação Linear se mostrou eficiente na otimização de carteiras de investimento acionário, corroborando com os trabalhos de Mansini *et al.* (2014), Silva, Moreira e Francisco (2014), Sirqueira e Kalatzis (2006), onde a Programação Linear pode gerar bons resultados nesse ramo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF NETO, Alexandre. Mercado financeiro. São Paulo: Atlas, 10^a ed., 2011.

BELFIORI, P.; FÁVERO, L. P. Pesquisa Operacional para cursos de Engenharia. Editora Campus, 2013.

BM&F BOVESPA – Bolsa de Valores de São Paulo. Metodologia do Índice Bovespa, 2014. Disponível em:

<http://www.bmfbovespa.com.br/Indices/download/IBOV-Metodologia-pt-br.pdf>. Acesso em: 17 de mai. de 2015. BM&F BOVESPA – Bolsa de Valores de São Paulo. Introdução ao mercado de Capitais, 2012. Disponível em: <http://www3.eliteccvm.com.br/novo/upload/misc/file/62c57d602a2e086ccaa3055b1c24836c.pdf>. Acesso em: 17 de mai. de 2015.

BONALDI, Eduardo Vilar. O pequeno investidor na bolsa brasileira: uma análise sobre a ação e a cognição econômica. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo (FFLCH – USP), Setembro de 2010.

BORTOLUZZI, Daiane A.; BIRRER, Ana G. B.; HOLLVEG, Scheila D.S.; NORA, Lissandro D.; MEDEIROS, Flaviani S. B. Comportamento do investidor santamariense no mercado financeiro. In: Congresso Internacional de Administração, 2014, Ponta Grossa/ PR.

FARIAS, C. A.; VIEIRA, W. C.; SANTOS, M. L. Teoria dos jogos e seleção de portfólio: uma proposta de adaptação ao modelo minimax e aplicação ao mercado acionário brasileiro. Revista de Economia e Agronegócio, v.2, n.1, pag. 65-98, 2004

GITMAN, Lawrence J.; MADURA, Jeff. Administração financeira: uma abordagem gerencial. São Paulo: Pearson, 2003.

KERR, Roberto. Mercado Financeiro e de Capitais. São Paulo: Pearson, 2011.

LEITE, Hélio P.; SANVICENTE, Antônio Z. Índice Bovespa: Um padrão para os investimentos brasileiros. São Paulo: Atlas, 1995.

MANSINI, R.; OGRYCZAK, W.; SPERANZA, M. G. Twenty years of linear programming based portfolio optimization. European Journal of Operational Research, v. 234, n. 2, p. 518–535, 2014.

MARKOWITZ, Harry M. Portfolio Selection. The Journal of Finance, v. 17, p. 77-91, Março, 1952.

MINARDI, Andrea Maria Accioly Fonseca. Preços passados prevendo desempenho de ações brasileiras. Working Paper FLWP-2001-9. São Paulo: Finance Lab - Ibmecc Educacional, 2001.

MOREIRA, Daniel Augusto. Pesquisa Operacional: curso introdutório. 2 ed. rev. atual. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

OLIVEIRA, Marcos R. G.; CARVALHO, Karina S.; ROMA, Carolina M. S. Otimizando uma carteira de investimentos: um estudo com ativos do Ibovespa no período de 2009 a 2011. In: Simpósio Brasileiro de Engenharia de Produção, XVIII, 2011, Bauru/ SP.

SILVA, Pedro. M. S.; MOREIRA, Bruno C, M.; FRANCISCO, Gleison. A. Linear Programming Applied to Finance - Building a Great Portfolio Investment. Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade, v. 4, p. 107-124, 2014.

SIQUEIRA, Aieda Batistela; KALATZIS, Aquiles Elie G. Otimização de portfólio de ações: uma análise comparativa entre o IGC e o IBOVESPA. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 38, 2006, São Paulo/ SP.

SOBRAPO – Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional. Pesquisa Operacional. Disponível em: http://www.sobrapo.org.br/o_que_e_po.php. Acesso em: 20 de mai. de 2015.

TAHA, Hamdy A. Pesquisa Operacional. 8. ed. São Paulo: Pearson, 2007

